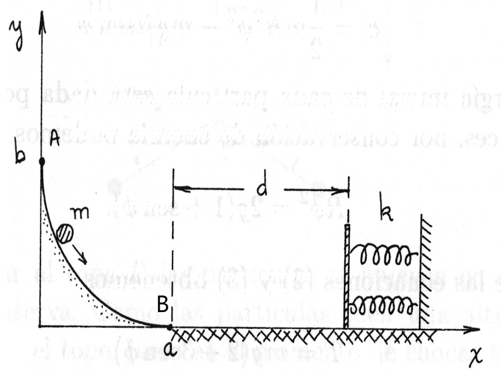
MECÁNICA CLÁSICA

M1. [**5 puntos**] Un bloque de masa m se desliza sin rozamiento por una rampa cuya forma está definida por la ecuación

$$\left(\frac{x-a}{a}\right)^2 + \left(\frac{y-b}{b}\right)^2 = 1 \ ,$$

partiendo del reposo en el punto A, como se indica en la figura. Al alcanzar el punto B la masa se desliza sobre una superficie horizontal rugosa de longitud d y colisiona con los dos resortes. En la superficie rugosa se ejerce sobre la partícula en movimiento una fuerza proporcional a la fuerza normal que ejerce la superficie sobre el cuerpo, con un coeficiente de proporcionalidad μ. Como resultado de la colisión, la masa se detiene cuando los resortes se comprimen una distancia s. Si la constante elástica de cada resorte es k, calcula el coeficiente de rozamiento μ entre la masa y la superficie rugosa. Indicación: desprecia el efecto del rozamiento durante la compresión de los resortes.

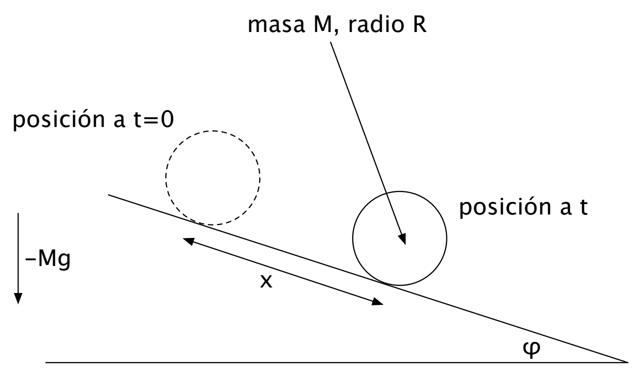


M2. Un aro de masa M y de radio R rueda sin deslizarse, bajo la influencia de la gravedad, sobre un plano inclinado a un ángulo ϕ.

(a) [**1.5 puntos**] Usando como coordenada la variable x descrita en la Figura 2, escribe la Lagrangiana.

(b) [**1.5 puntos**] Calcula la Hamiltoniana.

(c) [**2 puntos**] El aro parte del reposo. Determina su velocidad en función del tiempo.



ELECTROMAGNETISMO

E1. En una región del espacio, el campo magnético está descrito por

$$\vec{B} = B_0 e^{ax} \sin(ky - \omega t)\hat{z} \ ,$$

con $a < 0$.

(a) **[1.5 puntos]** Calcula el campo eléctrico $\vec{E}$.

(b) **[1.5 puntos]** Encuentra la velocidad de propagación de la onda.

(c) **[1 punto]** Calcula el vector de Poynting.

(d) **[1 punto]** ¿Será posible generar este tipo de campo? Si es así, ¿cómo?

E2. Una distribución de carga estática produce un potencial radial

$$V(r) = A\frac{e^{-br}}{r} \ ,$$

con A y b constantes positivas.

(a) **[2 puntos]** ¿Cuál es la densidad de carga?

(b) **[1 punto]** Grafica esquemáticamente la densidad como función del radio.

(c) **[2 puntos]** ¿Cuál es la carga total Q?

Nota: Considera la relación $\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right) = -4\pi\delta\left(\vec{r}\right)$, la función delta en coordenadas esféricas $\delta(\vec{r}) = \frac{1}{r^2 \sin\theta}\delta(r)\delta(\theta)\delta(\phi)$, y el elemento de volumen en coodenadas esféricas $dv = r^2 \sin\theta d\theta d\phi dr$.

MECÁNICA CUÁNTICA

C1. Considera un sistema formado por dos átomos, cada uno teniendo dos estados posibles: $|g\rangle$ y $|e\rangle$, que se refieren al estado base y al estado excitado de cada átomo, respectivamente. El estado más general que describe al sistema está dado por:

$$|\psi\rangle = \alpha\,|e,e\rangle + \beta\,|e,g\rangle + \gamma\,|g,e\rangle + \delta\,|g,g\rangle\,, \tag{1}$$

donde $|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1$.

a) **[2 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de encontrar al segundo átomo en el estado excitado $|e\rangle$?

b) **[2 puntos]** Si se realiza una medición sobre el primer átomo y se encuentra que está en el estado excitado $|e\rangle$, escribe el vector de estado del sistema inmediatamente después de dicha medición.

C2. [**3 puntos**] Encuentra la mejor estimación a la energía del estado base de un oscilador armónico unidimensional usando la función de onda de prueba:

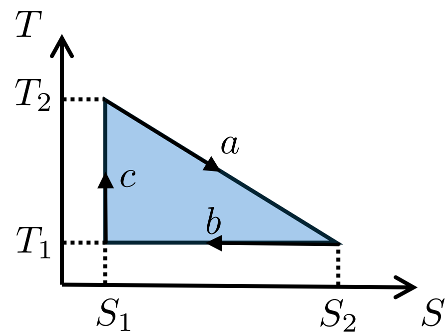
$$\psi(x) = \frac{A}{x^2 + b^2}, \tag{2}$$

donde A es una constante de normalización y b es un parámetro.

C3. [**3 puntos**] Dos electrones idénticos poseen momentos $\mathbf{p}_1$ y $\mathbf{p}_2$, respectivamente. Si el espín total del sistema es cero, escribe explícitamente el vector de estado que describe este sistema de dos electrones.

TERMODINÁMICA

T1. Se realiza el siguiente proceso cíclico:



(a) **[3 puntos]** Calcula el calor en los tres pasos a, b y c.

(b) **[1 puntos]** ¿Qué valor tiene la integral $\oint \mathrm{d}U$ (para cualquier proceso cíclico)?

(c) **[1 puntos]** Calcula el trabajo realizado.

T2. **[2 puntos]** Demuestra la siguiente relación de Maxwell:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{T,N} = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V,N}$$

T3. **[3 puntos]** Dos tipos de gases ideales (con volúmenes V_1, V_2 y moles n_1, n_2, respectivamente) a igual presión y temperatura, inicialmente separados, se mezclan por difusión en un volumen total $V = V_1 + V_2$. Calcula la entropía final del sistema si no hay cambio de temperatura ni presión.

FÍSICA MODERNA para Maestría en Física

F1. **[3 puntos]** Un pión π^+, en un sistema de referencia en el que está en reposo, se desintegra en un muón y un neutrino en $2.5 \times 10^{-8} s$. El pión viene viajando hacia la Tierra en los rayos cósmicos de tal manera que en nuestros laboratorios se mide que el π^+ tiene una energía cinética igual a su masa en reposo. ¿Qué distancia, medida por una observadora en la Tierra, viajaría el pión antes de desintegrarse? ¿Cuál sería su tiempo de desintegración medido por el observador del laboratorio? Nota: La masa en reposo de los piones cargados es $m_{\pi^\pm} = 139.57\ \frac{MeV}{c^2}$.

F2. La energía de Fermi de un gas de electrones en la plata es de $5.51\ eV$.
a) **[2 puntos]** ¿Cuál es la energía promedio de estos electrones (por partícula) a $T = 0K$?
b) **[1 punto]** ¿Qué temperatura se necesitaría en un gas ideal para que la energía promedio por partícula tenga este valor?
c) **[1 punto]** ¿Cuál sería la velocidad de un electrón con esta energía?
Nota: Constante de Boltzmann $k = 8.617\ \times 10^{-5} \frac{eV}{K}$

F3. **[3 puntos]** Calcula la energía de enlace del deuterio $D = {}^2_1H$ sabiendo que su masa es $M_D = 2.014102u$, mientras que las masas del hidrógeno simple $({}^1_1H)$ y del neutrón son, respectivamente, $M_H = 1.007825u$ y $M_n = 1.008665u$. Expresa tu resultado en eV.
Nota: Recuerda que $1u = 931.4943 \frac{MeV}{c^2}$. Este problema ilustra, entre otras cosas, que en física nuclear, los muchos decimales sí son importantes.

FÍSICA MODERNA para Maestría en Física Médica

Información útil

Masa ${}^{38}_{90}Sr = 89.907738$ gr

Masa ${}^{88}_{226}Ra = 226.025403$ gr

Tiempo que tarda en decaer la mitad de material (vida media) ${}^{38}_{90}Sr$ 28.8 años.

Tiempo que tarda en decaer la mitad de material (vida media) ${}^{88}_{226}Ra$ 1602 años.

Tiempo que tarda en decaer la mitad de material (vida media) ${}^{6}_{14}C$ 5730 años.

Densidad ${}^{38}_{90}Sr$: 2.630 gr/cm^3

Densidad del concreto : 2.4 gr/cm^3

Densidad del plomo : 11.34 gr/cm^3

Coeficiente de atenuación másico del concreto: 6.495E10^{-2} cm$^2/gr$

Coeficiente de atenuación másico del plomo: 7.102E10^{-2} cm$^2/gr$

Constante de Planck = 6.6261E10^{-27} cm^2 gr s^{-1}

Número de Avogadro: 6.022E10^{23} atom/mol

Periodo estimado en el que vivieron los mamuts: entre el año 1,000,000 y el año 4000 antes de nuestra era.

FM1. [**2 puntos**] ¿Qué material presenta mayor actividad, 100 gr de ${}^{88}_{226}Ra$ ó 1 gr de ${}^{38}_{90}Sr$?

¿Te sorprende el resultado? Comenta brevemente.

FM2. [**4 puntos**] Un haz de fotones con energía de $1.0MeV$ tiene una intensidad $I_o = 1.0$E10^6. Este haz incide sobre un bloque de plomo de 2 cm de espesor. ¿Qué espesor de concreto necesitamos si queremos que el haz tenga una intensidad de salida 3 veces mayor a la que se obtiene cuando incide sobre el bloque de plomo?

FM3. [**4 puntos**] Durante la construcción del AIFA se descubrieron restos animales que fueron atribuibles a mamuts. Para calcular la edad de los restos, se midió el porcentaje de ${}^{6}_{14}C$ que hay en dos muestras. El contenido encontrado fue: muestra (A) 0.75 % y muestra (B) 0.5%. Si el ${}^{6}_{14}C$ decae en ${}^{7}_{14}N$:

a) [**2 puntos**] ¿Qué decaimiento tiene el ${}^{6}_{14}C$? (Justifica tu respuesta.)

b) [**2 puntos**] ¿Ambas muestras son compatibles con la hipotesis que son de mamut?